

**Seconda Esercitazione Progettuale**  
**Progetto di un Telaio Piano in C.A.**

**Predimensionamento dei Pilastri**



**PREDIMENSIONAMENTO DEI PILASTRI**

Nella valutazione dello stato tensionale dei pilastri si può partire dalla stima degli sforzi normali cui essi sono soggetti.

Con riferimento al pilastro 5, ad esempio, è possibile definire i due contributi allo scarico forniti dalla trave 4-5-6 e dalla trave 2-5-8-11; in altre parole, per le due travi citate si devono valutare le reazioni vincolari degli appoggi che corrispondono al pilastro 5. In linea di principio tali reazioni andrebbero valutate risolvendo gli schemi di trave analizzati per il predimensionamento delle travi. Ad esempio per lo schema di trave continua 4-5-6, in maniera semplificata, si può ricorrere ad un prontuario di calcolo che fornisce il seguente valore della reazione del vincolo centrale (pilastro 5):

$$R_5 = \Delta N_{5,tr}^{(i)} = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2} + M_B \cdot \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

In maniera alternativa si può calcolare tale scarico considerando che in assenza di continuità la parte di carico che compete all'appoggio 5 vale  $R_5 = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2}$  e che l'effetto della continuità può essere preso in conto moltiplicando tale valore per un coefficiente amplificativo che ne esprima l'entità e che per uno schema su tre appoggi con campate di luce non troppo diversa può essere posto pari a  $C_c=1,25$ . In tal modo si otterrebbe:

$$R_5 = \Delta N_{5,tr}^{(i)} = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2} \cdot C_c$$

I due metodi risultano sostanzialmente equivalenti nel risultato numerico risultando però sicuramente più veloce il secondo metodo.

Nel prosieguo faremo riferimento ai seguenti valori numerici valutati per la trave 4-5-6 per ogni piano:

$$R_5 = \Delta N_{5,tr}^{(3)} = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2} \cdot C_c = 337,66 \text{ kN}$$

$$R_5 = \Delta N_{5,tr}^{(2)} = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2} \cdot C_c = 396,76 \text{ kN}$$

$$R_5 = \Delta N_{5,tr}^{(1)} = \frac{p_d \cdot (L_1 + L_2)}{2} \cdot C_c = 396,76 \text{ kN}$$

Quanto al contributo della trave 2-5-8-11 si può fare uso del concetto di lunghezza di influenza tenendo conto della continuità tramite un opportuno coefficiente  $C_c$  che per lo schema in oggetto (trave continua su 4 appoggi) può essere quantificato in 1,10.

$$R_5 = \Delta N_{5,long}^{(3)} = \frac{p_{d,long} \cdot (l_4 + l_3)}{2} \cdot C_c = 97,51 \text{ kN}$$

$$R_5 = \Delta N_{5,long}^{(2)} = \frac{p_{d,long} \cdot (l_3 + l_4)}{2} \cdot C_c = 102,19 \text{ kN}$$

$$R_5 = \Delta N_{5, long}^{(1)} = \frac{p_{d, long} \cdot (l_4 + l_3)}{2} \cdot C_c = 102,19 \text{ kN}$$

In definitiva, la variazione di sforzo normale al piano (i) per il pilastro 5 si può valutare sommando i due contributi relativi alle travi appartenenti al telaio trasversale e a quello longitudinale:

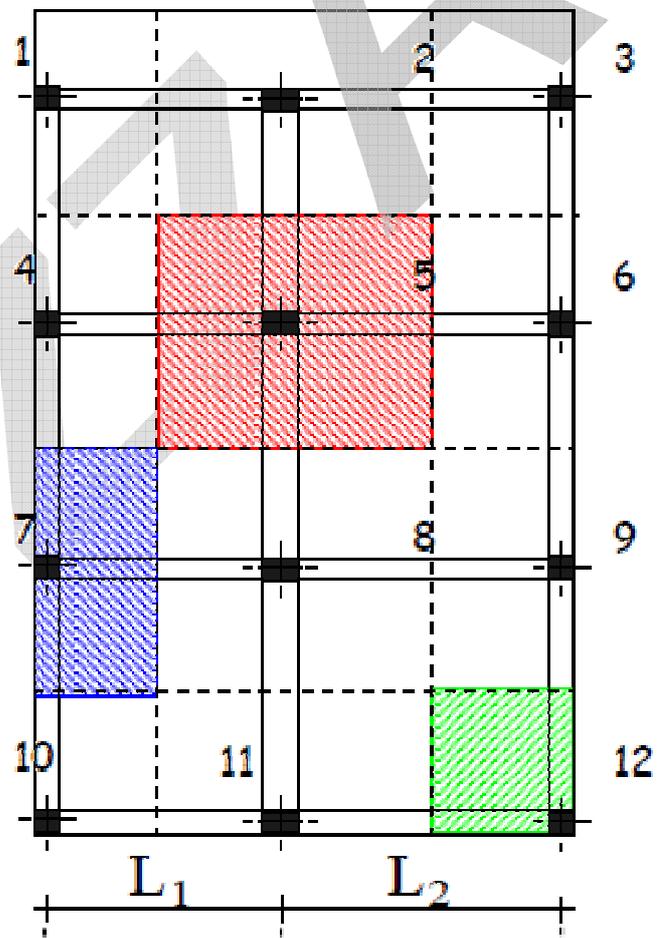
$$\Delta N_5^{(3)} = \Delta N_{5, tr}^{(3)} + \Delta N_{5, long}^{(3)} = 435,17 \text{ kN}$$

$$\Delta N_5^{(2)} = \Delta N_{5, tr}^{(2)} + \Delta N_{5, long}^{(2)} = 498,95 \text{ kN}$$

$$\Delta N_5^{(3)} = \Delta N_{5, tr}^{(3)} + \Delta N_{5, long}^{(3)} = 498,95 \text{ kN}$$

Un modo più rapido per valutare lo sforzo normale che compete al generico pilastro consiste nel considerare opportune aree di influenza, dividendo a metà le campate delle travi che concorrono nello stesso pilastro come mostrato nella figura a lato. In questo modo la variazione di sforzo normale al livello i-esimo per effetto dello scarico dell'impalcato si otterrebbe considerando che al pilastro competono tutti i carichi (distribuiti lungo la superficie o concentrati lungo una linea) che ricadono all'interno di tali aree. In questo modo, però, non si terrebbe conto dalla continuità delle travi nelle due direzioni.

In maniera surrettizia l'effetto della continuità si potrebbe quindi riprendere considerando la presenza di coefficienti di continuità in entrambe le direzioni (per i pilastri interni) o lungo una di esse (pilastri laterali); per i pilastri d'angolo i coefficienti di continuità lungo x e y possono porsi pari all'unità.



Si tiene altresì conto anche della presenza della tompagnatura e delle travi già dimensionate. In questo modo la valutazione degli scarichi sui pilastri risulta sufficientemente accurata.

Il procedimento illustrato si sintetizza numericamente nella tabella di seguito riportata.

Pilastro	L <sub>x</sub> [m]	L <sub>y</sub> [m]	L <sub>sbalzo</sub> [m]	Piano	p <sub>d</sub> =γ <sub>G</sub> (G <sub>1</sub> +G <sub>2</sub> )+γ <sub>Qk</sub> [KN/m <sup>2</sup> ]	P <sub>d, sb</sub> =γ <sub>G, sb</sub> (G <sub>1, sb</sub> +G <sub>2, sb</sub> )+γ <sub>Q<sub>k, sb</sub></sub> [KN/m <sup>2</sup> ]	F <sub>k, sb</sub> [KN/m]	C <sub>c, x</sub>	C <sub>c, y</sub>	γ <sub>G</sub> P <sub>comp</sub> [KN/m]	L <sub>temp</sub> [m]	γ <sub>G</sub> P <sub>trave, x</sub> [KN/m]		γ <sub>G</sub> P <sub>trave, y</sub> [KN/m]		ΔN <sup>(d)</sup> [KN]	
1	2,20	3,78	1,20	3	8,49	8,49	-	1,00	1,00	1,95	5,98	3,75	3,75	3,75	3,75	127,10	
				2	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	223,74
				1	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	223,74
2	4,75	3,78	1,20	3	8,49	8,49	-	1,25	1,00	1,95	4,75	3,75	3,60	3,60	3,60	284,08	
				2	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	435,44
				1	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	435,44
3	2,55	3,78	1,20	3	8,49	8,49	-	1,00	1,00	1,95	6,33	3,75	3,75	3,75	3,75	143,90	
				2	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	250,51
				1	12,04	13,18	0,50			10,92						3,75	250,51
4	2,20	5,68	-	3	8,49	-	-	1,00	1,10	1,95	5,68	3,75	3,75	3,75	3,75	159,46	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	259,20
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	259,20
5	4,75	5,68	-	3	8,49	-	-	1,25	1,10	1,95	0,00	3,75	3,60	3,60	3,60	359,72	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	491,41
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	491,41
6	2,55	5,68	-	3	8,49	-	-	1,00	1,10	1,95	5,68	3,75	3,75	3,75	3,75	179,33	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	286,84
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	286,84
7	2,20	5,25	-	3	8,49	-	-	1,00	1,10	1,95	5,25	3,75	3,75	3,75	3,75	148,01	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	240,20
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	240,20
8	4,75	5,25	-	3	8,49	-	-	1,25	1,10	1,95	0,00	3,75	3,60	3,60	3,60	334,17	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	455,90
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	455,90
9	2,55	5,25	-	3	8,49	-	-	1,00	1,10	1,95	5,25	3,75	3,75	3,75	3,75	166,48	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	265,85
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	265,85
10	2,20	2,20	-	3	8,49	-	-	1,00	1,00	1,95	4,40	3,75	3,75	3,75	3,75	66,17	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	122,82
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	122,82
11	4,75	2,20	-	3	8,49	-	-	1,25	1,00	1,95	4,75	3,75	3,60	3,60	3,60	150,35	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	239,33
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	239,33
12	2,55	2,20	-	3	8,49	-	-	1,00	1,00	1,95	4,75	3,75	3,75	3,75	3,75	74,70	
				2	12,04	-	-			10,92						3,75	137,23
				1	12,04	-	-			10,92						3,75	137,23

Con riferimento al pilastro 5 i valori in tabella risultano più piccoli di quelli calcolati in precedenza: la differenza (non superiore del 10%) si giustifica per il fatto che, ragionando per aree di influenza, si evita di considerare due volte le fasce di solaio adiacenti alle travi longitudinali. I valori degli incrementi di sforzo normale presenti nella tabella precedente si possono utilizzare nel seguito per calcolare lo sforzo normale nei pilastri ai vari piani e valutare la sezione minima imponendo generalmente come condizione di progetto che risulti  $\xi = 0,40$  ovvero  $\nu = 0,32$ .

Considerando inoltre la resistenza di progetto del calcestruzzo  $f'_{cd} = 11,75$  MPa e ipotizzando la dimensione della base del pilastro si può determinare l'altra dimensione del pilastro in sezione.

$$\psi \cdot \xi + \phi + \phi' = \nu$$

Le armature nei pilastri risultano simmetriche sui due lati.

$$\nu = \frac{N_{Sd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}} \rightarrow h = \frac{N_{Sd}}{\nu \cdot b \cdot f'_{cd}}$$

dove lo sforzo normale sollecitante è dato dalla somma dei  $\Delta N_{pil}^{(i)}$  piani superiori al piano di appartenenza del pilastro considerato:

$$\Delta N_{Sd}^{(3)} = \Delta N_{pil}^{(3)}$$

$$\Delta N_{Sd}^{(2)} = \Delta N_{pil}^{(3)} + \Delta N_{pil}^{(2)}$$

$$\Delta N_{Sd}^{(1)} = \Delta N_{pil}^{(3)} + \Delta N_{pil}^{(2)} + \Delta N_{pil}^{(1)}$$

Il limite  $\xi = 0,40$  ovvero  $\nu = 0,32$  si impone al fine di ottenere un certo grado di duttilità della sezione; tuttavia per sezioni eccessivamente sollecitate, come ad esempio i pilastri centrali 5 e 8 del primo livello, il limite può essere innalzato imponendo in fase di predimensionamento  $\nu = 0,60$ , ciò consente di limitare opportunamente le dimensioni dei pilastri.

Nella tabella che si riporta di seguito sono contenute le elaborazioni numeriche del dimensionamento dei pilastri ai vari livelli; per lo svolgimento dell'esercitazione è opportuno considerare determinate regole:

- Il pilastro ad un determinato piano non può avere base e altezza maggiori del pilastro sottostante;
- La riduzione di sezione (detta risega) tra un piano e il sovrastante non deve eccedere i 10 cm e va fatta su una sola dimensione (si deve scegliere tra una riduzione di base del pilastro o una riduzione di altezza di massimo 10 cm);
- La risega va operata solo tra il primo e il secondo livello (la dimensione del pilastro del secondo e terzo livello è individuata dalla sezione massima tra i due livelli).  
(Generalmente è sconsigliato operare riseghe in quanto le brusche riduzioni di rigidità lungo lo sviluppo in elevazione degli edifici generano irregolarità che incidono negativamente sul comportamento strutturale)
- In grigio è evidenziato il telaio piano che sarà oggetto delle fasi successive dell'esercitazione.

Pilastro	Piano	$\Delta N^{(i)}$	$N_{sd}$	$\xi$	$\nu$	$b$	$h_{calc}$	$h$	sezione
		[kN]	[kN]			[cm]	[cm]	[cm]	
1	3	127,10	127,10	0,40	0,32	30	11,27	40	30x40
	2	223,74	350,84	0,40	0,32	30	31,10	40	30x40
	1	223,74	574,57	0,50	0,40	30	40,75	50	30x50
2	3	284,08	284,08	0,40	0,32	30	25,18	60	30x60
	2	435,44	719,52	0,50	0,40	30	51,03	60	30x60
	1	435,44	1154,97	0,60	0,48	30	68,26	70	30x70
3	3	143,90	143,90	0,40	0,32	30	12,76	40	30x40
	2	250,51	394,40	0,40	0,32	30	34,96	40	30x40
	1	250,51	644,91	0,50	0,40	30	45,74	50	30x50
4	3	159,46	159,46	0,40	0,32	30	14,14	40	30x40
	2	259,20	418,66	0,40	0,32	30	37,12	40	30x40
	1	259,20	677,86	0,50	0,40	30	48,08	50	30x50
5	3	359,72	359,72	0,40	0,32	30	31,89	60	30x60
	2	491,41	851,13	0,60	0,48	30	50,30	60	30x60
	1	491,41	1342,54	0,70	0,56	30	68,01	70	30x70
6	3	179,33	179,33	0,40	0,32	30	15,90	50	30x50
	2	286,84	466,18	0,40	0,32	30	41,33	50	30x50
	1	286,84	753,02	0,50	0,40	30	53,41	60	30x60
7	3	148,01	148,01	0,40	0,32	30	13,12	40	30x40
	2	240,20	388,21	0,40	0,32	30	34,42	40	30x40
	1	240,20	628,42	0,50	0,40	30	44,57	50	30x50
8	3	334,17	334,17	0,40	0,32	30	29,62	60	30x60
	2	455,90	790,07	0,50	0,40	30	56,03	60	30x60
	1	455,90	1245,96	0,70	0,56	30	63,12	70	30x70
9	3	166,48	166,48	0,40	0,32	30	14,76	40	30x40
	2	265,85	432,33	0,40	0,32	30	38,33	40	30x40
	1	265,85	698,19	0,50	0,40	30	49,52	50	30x50
10	3	66,17	66,17	0,40	0,32	30	5,87	30	30x30
	2	122,82	188,99	0,40	0,32	30	16,75	30	30x30
	1	122,82	311,81	0,40	0,32	30	27,64	40	30x40
11	3	150,35	150,35	0,40	0,32	30	13,33	40	30x40
	2	239,33	389,68	0,40	0,32	30	34,55	40	30x40
	1	239,33	629,01	0,50	0,40	30	44,61	50	30x50
12	3	74,70	74,70	0,40	0,32	30	6,62	30	30x30
	2	137,23	211,93	0,40	0,32	30	18,79	30	30x30
	1	137,23	349,16	0,40	0,32	30	30,95	40	30x40