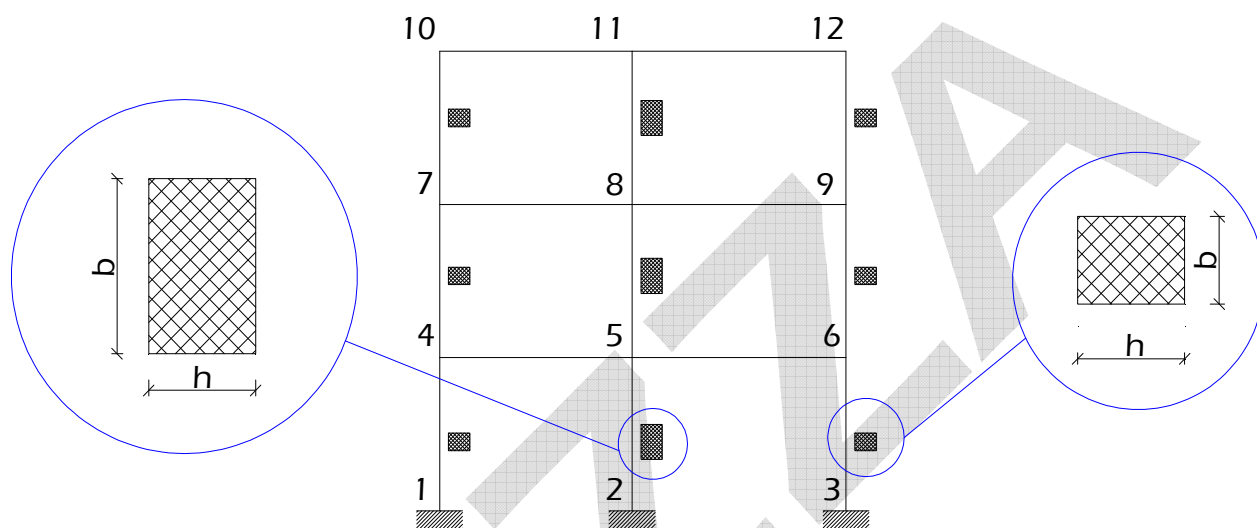


Seconda Esercitazione Progettuale Progetto di un Telaio Piano in C.A.

Analisi delle Sollecitazioni secondo il Metodo di Cross con vincoli ausiliari

ESEMPIO NUMERICO

Per l'esecuzione del Metodo di Cross è opportuno scegliere una sequenza per riequilibrare i nodi; l'esempio è stato condotto nei vari casi utilizzando la stessa sequenza di nodi per le operazioni di ripartizione del momento squilibrato (10-11-12-9-8-7-4-5-6). Questo fatto è legato all'utilizzo di un foglio di calcolo per risolvere tutti gli schemi di Cross. In una risoluzione manuale si può scegliere per i diversi schemi una sequenza diversa per le operazioni di ripartizione dei momenti tra i vari nodi.



Asta	L _{ij} [cm]	b [cm]	h [cm]	Inerzia [cm ⁴]	W _{ij} [kNm]	V _{ij} [kNm]	U _{ij} [kN]
1_4	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
4_7	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
7_10	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
2_5	350	80	50	833.333,00	238.095,10	119.047,60	102.040,80
5_8	350	80	50	833.333,00	238.095,10	119.047,60	102.040,80
8_11	350	80	50	833.333,00	238.095,10	119.047,60	102.040,80
3_6	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
6_9	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
9_12	350	40	50	416.667,00	119.047,70	59.523,90	51.020,40
4_5	450	30	60	540.000,00	120.000,00	60.000,00	40.000,00
5_6	500	30	60	540.000,00	108.000,00	54.000,00	32.400,00
7_8	450	30	60	540.000,00	120.000,00	60.000,00	40.000,00
8_9	500	30	60	540.000,00	108.000,00	54.000,00	32.400,00
10_11	450	30	60	540.000,00	120.000,00	60.000,00	40.000,00
11_12	500	30	60	540.000,00	108.000,00	54.000,00	32.400,00

Per l'applicazione del metodo di Cross si ricorda la necessità della valutazione dei coefficienti di trasporto t_{ij} e dei coefficienti di ripartizione τ_{ij} definiti come segue:

$$t_{ij} = \frac{V_{ij}}{W_{ij}} \quad ; \quad \tau_{ij} = \frac{W_{ij}}{\sum_i W_{ij}}$$

Nodo	Asta	W _{ij}	ΣW _{ij}	τ _{ij}
		[kNm]	[kNm]	
4	1_4	119047,70	358095,40	0,332
	4_5	120000,00		0,335
	4_7	119047,70		0,332
5	2_5	238095,10	704190,20	0,338
	4_5	120000,00		0,170
	5_6	108000,00		0,153
	5_8	238095,10		0,338
6	3_6	119047,70	346095,40	0,344
	5_6	108000,00		0,312
	6_9	119047,70		0,344
7	4_7	119047,70	358095,40	0,332
	7_8	120000,00		0,335
	7_10	119047,70		0,332
8	5_8	238095,10	704190,20	0,338
	7_8	120000,00		0,170
	8_9	108000,00		0,153
	8_11	238095,10		0,338
9	6_9	119047,70	346095,40	0,344
	8_9	108000,00		0,312
	9_12	119047,70		0,344
10	7_10	119047,70	239047,70	0,498
	10_11	120000,00		0,502
11	8_11	238095,10	466095,10	0,511
	10_11	120000,00		0,257
	11_12	108000,00		0,232
12	9_12	119047,70	227047,70	0,524
	11_12	108000,00		0,476

Asta	W _{ij}	V _{ij}	t _{ij}
	[kNm]	[kNm]	
1_4	119047,70	59523,90	0,500
2_5	238095,10	119047,60	0,500
3_6	119047,70	59523,90	0,500
4_5	120000,00	60000,00	0,500
5_6	108000,00	54000,00	0,500
4_7	119047,70	59523,90	0,500
5_8	238095,10	119047,60	0,500
6_9	119047,70	59523,90	0,500
7_8	120000,00	60000,00	0,500
8_9	108000,00	54000,00	0,500
7_10	119047,70	59523,90	0,500
8_11	238095,10	119047,60	0,500
9_12	119047,70	59523,90	0,500
10_11	120000,00	60000,00	0,500
11_12	108000,00	54000,00	0,500

Si considera come esempio la combinazione di carico n.2 nella quale le azioni verticali sono forniti dalla combinazione $g_k + \psi_2 q_k$ che fornisce i valori seguenti:

- $p_3 = 28,96 \text{ kN/m}$
- $p_2 = 36,78 \text{ kN/m}$
- $p_1 = 36,78 \text{ kN/m}$

da cui scaturiscono i seguenti valori dei momenti di incastro perfetto agli estremi delle aste:

$$\mu_{ij} = -\mu_{ji} = -\frac{qL_{ij}^2}{12}$$

$$\mu_{4,5} = -62,07 \text{ kNm}$$

$$\mu_{5,6} = -76,63 \text{ kNm}$$

$$\mu_{7,8} = -62,07 \text{ kNm}$$

$$\mu_{8,9} = -76,63 \text{ kNm}$$

$$\mu_{10,11} = -48,87 \text{ kNm}$$

$$\mu_{11,12} = -60,33 \text{ kNm}$$

$$\mu_{5,4} = 62,07 \text{ kNm}$$

$$\mu_{6,5} = 76,63 \text{ kNm}$$

$$\mu_{8,7} = 62,07 \text{ kNm}$$

$$\mu_{9,8} = 76,63 \text{ kNm}$$

$$\mu_{11,10} = 48,87 \text{ kNm}$$

$$\mu_{12,11} = 60,33 \text{ kNm}$$

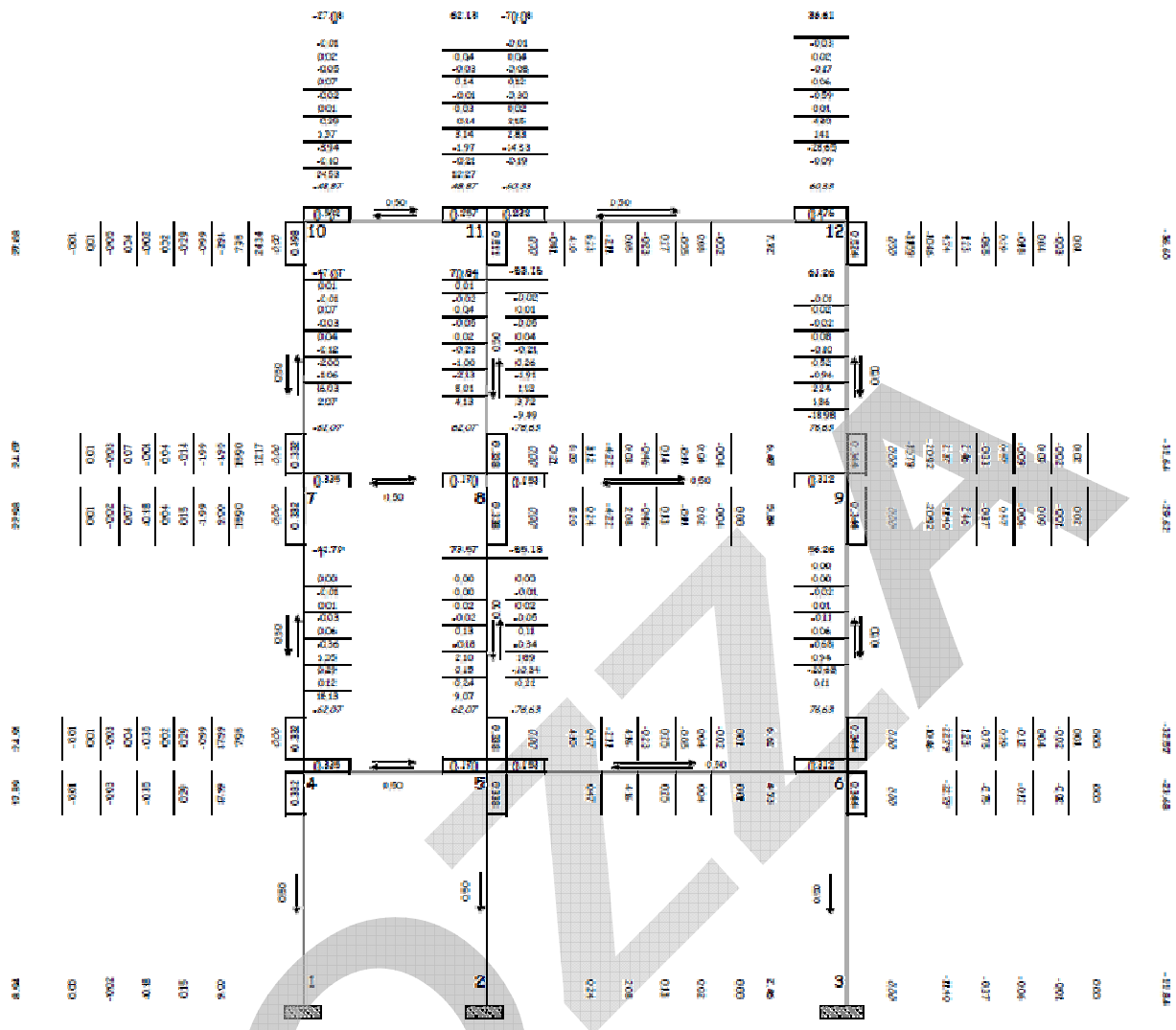
Nella valutazione degli sforzi normali si devono anche considerare le seguenti forze orizzontali:

- $F_3 = 102,48 \text{ kN}$
- $F_2 = 98,35 \text{ kN}$
- $F_1 = 49,18 \text{ kN}$

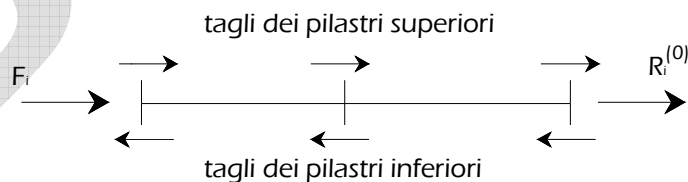
SOLUZIONE DELLO SCHEMA CON CARICHI ESTERNI (schema S0)

Risolvendo lo schema con il metodo di Hardy-Cross si ottengono i seguenti valori dei momenti sulle aste, dai quali si possono facilmente derivare gli sforzi di taglio agli estremi delle stesse (schema S0):

Asta	L_{ij} [cm]	$M_{ij}^{(0)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(0)}$ [kNm]	q_{ji} [kN/m]	$T_{ij}^{(0)}$ [kN]	$T_{ji}^{(0)}$ [kN]
1_4	350	8,94	17,89	0,00	-7,67	-7,67
4_7	350	24,91	22,98	0,00	-13,68	-13,68
7_1	350	24,07	27,08	0,00	-14,61	-14,61
2_5	350	2,46	4,93	0,00	-2,11	-2,11
5_8	350	6,61	5,84	0,00	-3,56	-3,56
8_11	350	6,49	7,92	0,00	-4,12	-4,12
3_6	350	-11,84	-23,68	0,00	10,15	10,15
6_9	350	-32,57	-29,62	0,00	17,77	17,77
9_12	350	-31,64	-36,60	0,00	19,50	19,50
4_5	450	-42,79	73,57	36,78	75,92	-89,59
5_6	500	-85,13	56,26	36,78	97,72	-86,18
7_8	450	-47,07	70,84	36,78	77,47	-88,04
8_9	500	-83,16	61,26	36,78	96,33	-87,57
10_11	450	-27,08	62,13	28,96	57,37	-72,95
11_12	500	-70,08	36,61	28,96	79,09	-65,71



Per calcolare le reazioni dei vincoli è possibile effettuare equilibri di nodo al fine di ottenere gli sforzi normali in tutte le aste. Nel caso di strutture a maglie rettangolari le reazioni possono anche essere determinate da un equilibrio del traverso alla traslazione orizzontale considerando le azioni rappresentate sul seguente diagramma di corpo libero:



$$R_i^{(0)} = -F_i - \sum T_{\text{sup}}^{(0)} + \sum T_{\text{inf}}^{(0)}$$

F_i	$\sum T_{\text{sup}}^{(0)}$	$\sum T_{\text{inf}}^{(0)}$	$R_i^{(0)}$
[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
102,48	0,00	0,77	-101,71
98,35	0,77	0,53	-98,59
49,18	0,53	0,37	-49,34

SOLUZIONE DELLO SCHEMA CON NODO 6 TRASLATO (schema S1)

Sulla struttura non sono presenti i carichi ma si deve considerare l'effetto di un cedimento vincolare δ del vincolo posto in corrispondenza del nodo 6. Per effetto di tale spostamento si desteranno, sullo schema a nodi bloccati, momenti di incastro perfetto nei pilastri interessati dallo spostamento come segue:

$$\mu_{ij} = U_{ij} \cdot \delta$$

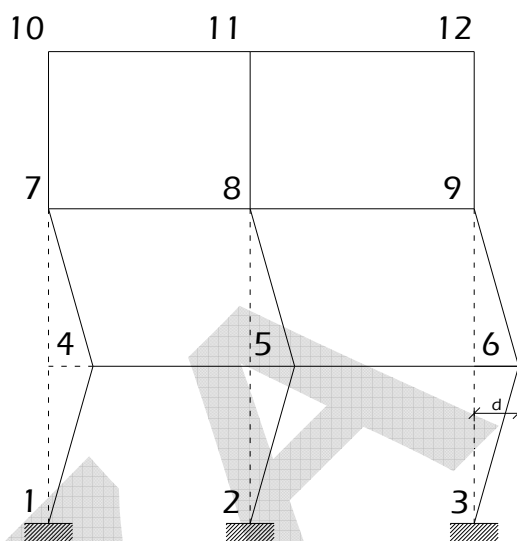
Al fine di avere momenti di incastro perfetto di ordine di grandezza paragonabile a quelli derivanti dai carichi verticali sullo schema a nodi fissi, si pone:

$$\delta = 0.0005$$

$$\begin{aligned}\mu_{1,4} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{4,1} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{4,7} &= 25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{7,4} &= 25.51 \text{ kNm}\end{aligned}$$

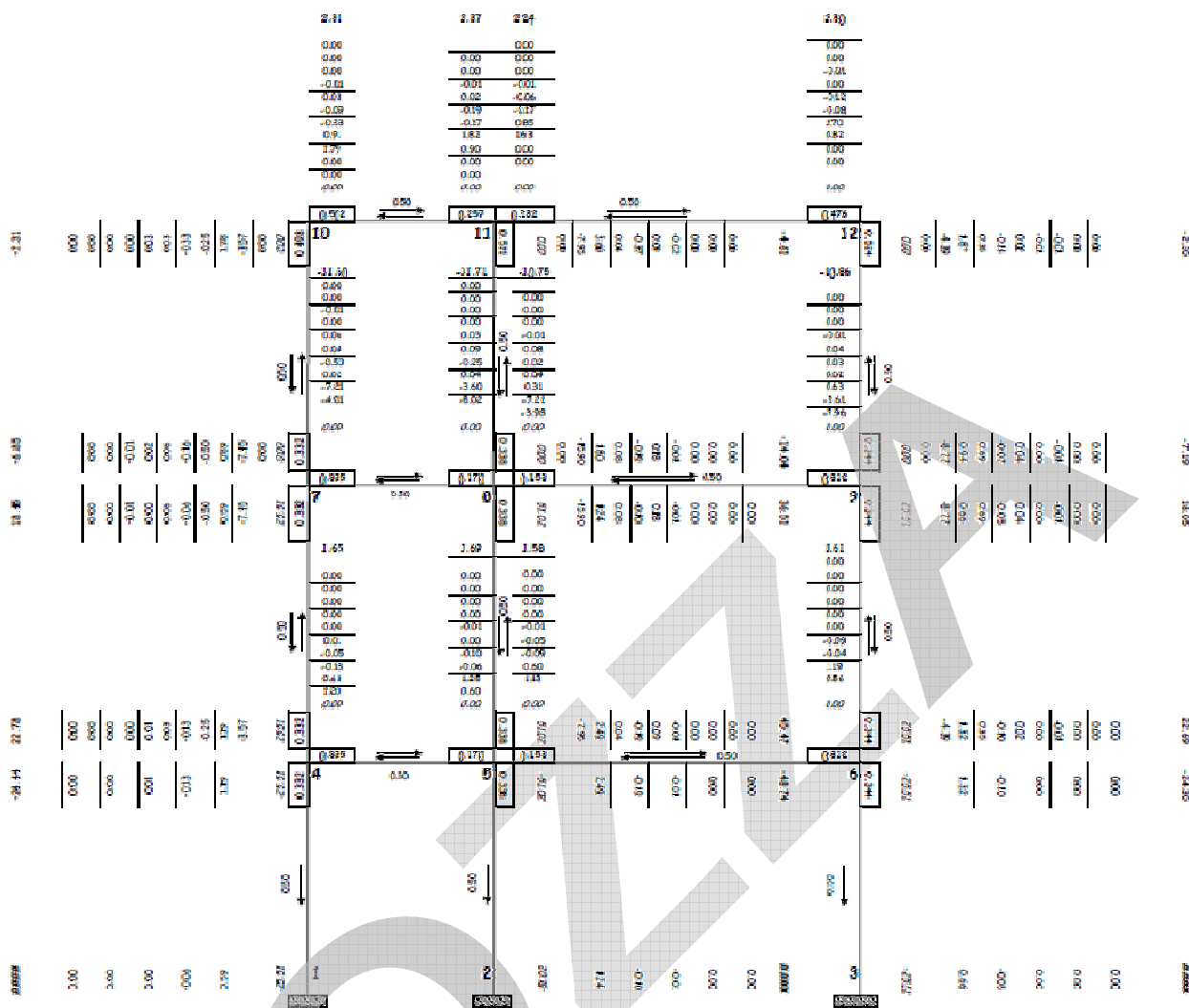
$$\begin{aligned}\mu_{2,5} &= -51.02 \text{ kNm} \\ \mu_{5,2} &= -51.02 \text{ kNm} \\ \mu_{5,8} &= 51.02 \text{ kNm} \\ \mu_{8,5} &= 51.02 \text{ kNm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{3,6} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{6,3} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{6,9} &= 25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{9,6} &= 25.51 \text{ kNm}\end{aligned}$$

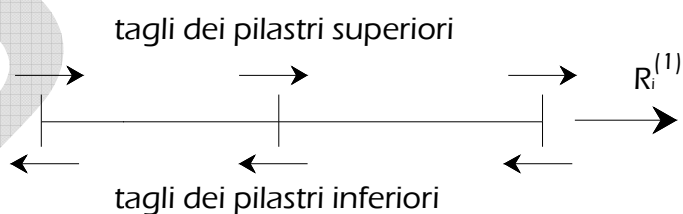


Risolvendo lo schema con il metodo di Hardy-Cross si ottengono i seguenti valori dei momenti sulle aste, dai quali si possono facilmente derivare gli sforzi di taglio agli estremi delle stesse (schema S1):

Asta	L _{ij} [cm]	M _{ij} ⁽¹⁾ [kNm]	M _{ji} ⁽¹⁾ [kNm]	q _{ji} [kN/m]	T _{ij} ⁽¹⁾ [kN]	T _{ji} ⁽¹⁾ [kN]
1_4	350	-24,97	-24,44	0	14,12	14,12
4_7	350	22,78	18,45	0	-11,78	-11,78
7_1	350	-6,85	-2,31	0	2,62	2,62
2_5	350	-49,88	-48,74	0	28,18	28,18
5_8	350	45,47	36,51	0	-23,42	-23,42
8_11	350	-14,04	-4,61	0	5,33	5,33
3_6	350	-24,91	-24,3	0	14,06	14,06
6_9	350	22,69	18,05	0	-11,64	-11,64
9_12	350	-7,19	-2,3	0	2,71	2,71
4_5	450	1,65	1,69	0	-0,74	-0,74
5_6	500	1,58	1,61	0	-0,64	-0,64
7_8	450	-11,6	-11,71	0	5,18	5,18
8_9	500	-10,75	-10,86	0	4,32	4,32
10_11	450	2,31	2,37	0	-1,04	-1,04
11_12	500	2,24	2,3	0	-0,91	-0,91



Per calcolare le reazioni dei vincoli è possibile effettuare equilibri di nodo al fine di ottenere gli sforzi normali in tutte le aste. Anche in questo caso si ricorre al procedimento sintetico esposto sopra:



$$R_i^{(1)} = -\sum T_{\text{sup}}^{(1)} + \sum T_{\text{inf}}^{(1)}$$

F_i	$\Sigma T_{\text{sup}}^{(1)}$	$\Sigma T_{\text{inf}}^{(1)}$	$R_i^{(1)}$
[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
0.00	0.00	10.66	10.66
0.00	10.66	-46.85	-57.51
0.00	-46.85	56.36	103.20

SOLUZIONE DELLO SCHEMA CON NODO 9 TRASLATO (schema S2)

Sulla struttura non sono presenti i carichi ma si deve considerare l'effetto di un cedimento vincolare δ del vincolo posto in corrispondenza del nodo 9. Per effetto di tale spostamento si desteranno, sullo schema a nodi bloccati, momenti di incastro perfetto nei pilastri interessati dallo spostamento come segue:

$$\mu_{ij} = U_{ij} \cdot \delta$$

Al fine di avere momenti di incastro perfetto di ordine di grandezza paragonabile a quelli derivanti dai carichi verticali sullo schema a nodi fissi, si pone:

$$\delta = 0.0005$$

$$\mu_{4,7} = -25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{7,4} = -25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{7,10} = 25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{10,7} = 25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{5,8} = -51.02 \text{ kNm}$$

$$\mu_{8,5} = -51.02 \text{ kNm}$$

$$\mu_{8,11} = 51.02 \text{ kNm}$$

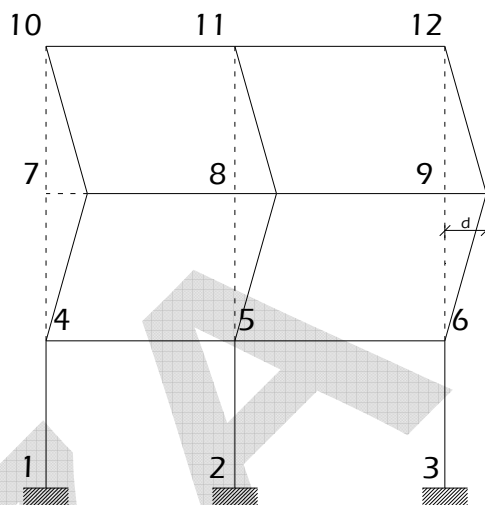
$$\mu_{11,8} = 51.02 \text{ kNm}$$

$$\mu_{6,9} = -25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{9,6} = -25.51 \text{ kNm}$$

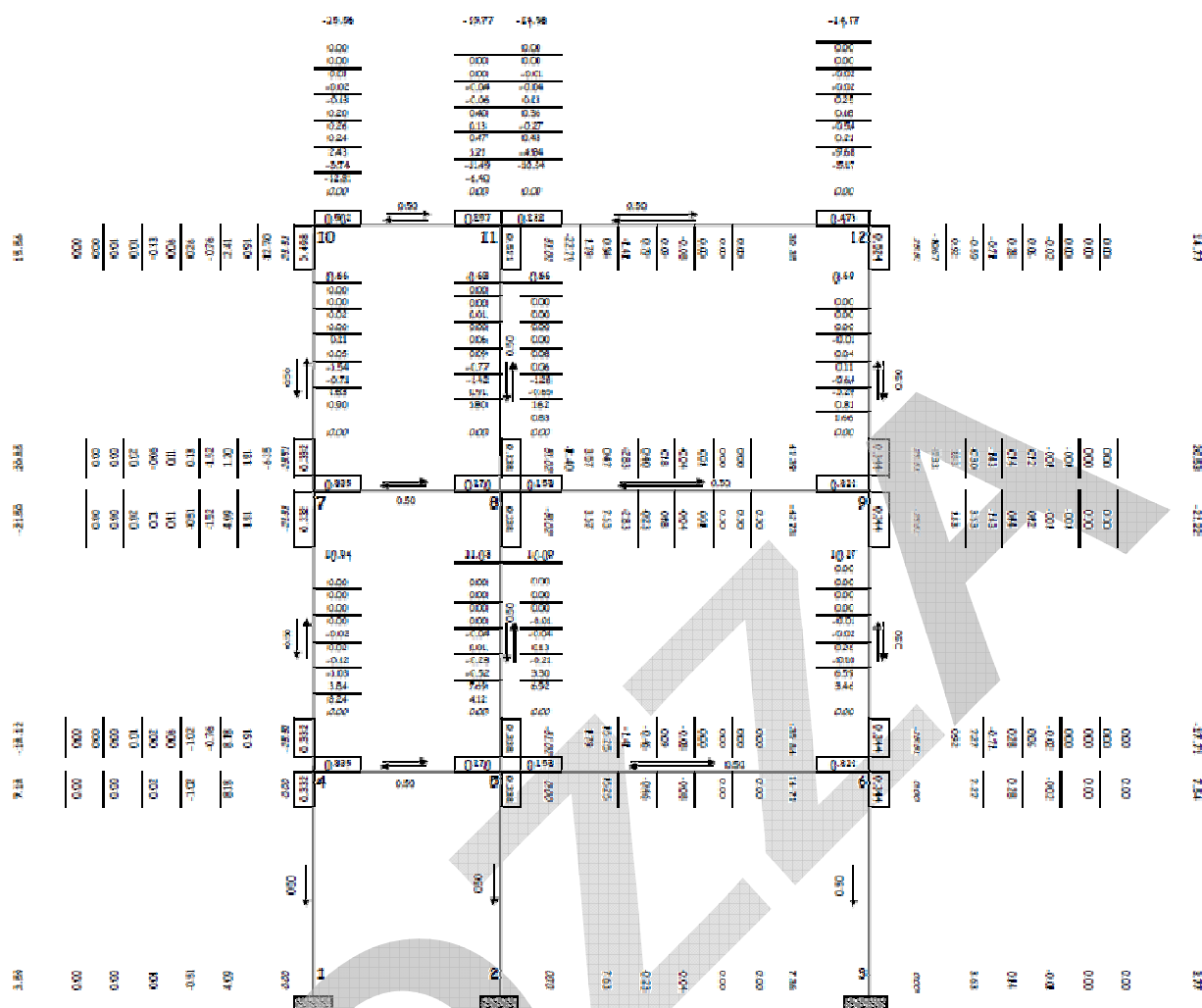
$$\mu_{9,12} = 25.51 \text{ kNm}$$

$$\mu_{12,9} = 25.51 \text{ kNm}$$

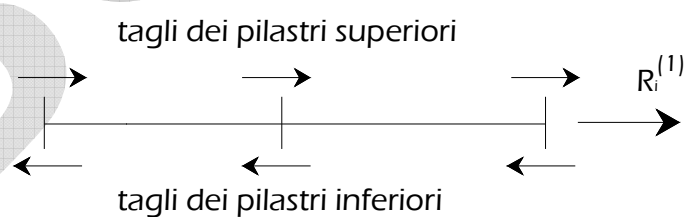


Risolvendo lo schema con il metodo di Hardy-Cross si ottengono i seguenti valori dei momenti sulle aste, dai quali si possono facilmente derivare gli sforzi di taglio agli estremi delle stesse (schema S2):

Asta	L_{ij} [cm]	$M_{ij}^{(2)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(2)}$ [kNm]	q_{ji} [kN/m]	$T_{ij}^{(2)}$ [kN]	$T_{ji}^{(2)}$ [kN]
1_4	350	3,59	7,18	0	-3,08	-3,08
4_7	350	-18,12	-21,5	0	11,32	11,32
7_1	350	20,85	15,56	0	-10,4	-10,4
2_5	350	7,36	14,71	0	-6,31	-6,31
5_8	350	-35,84	-42,73	0	22,45	22,45
8_11	350	41,39	30,35	0	-20,5	-20,5
3_6	350	3,77	7,54	0	-3,23	-3,23
6_9	350	-17,71	-21,22	0	11,12	11,12
9_12	350	20,53	14,77	0	-10,09	-10,09
4_5	450	10,94	11,03	0	-4,88	-4,88
5_6	500	10,09	10,17	0	-4,05	-4,05
7_8	450	0,66	0,68	0	-0,3	-0,3
8_9	500	0,66	0,69	0	-0,27	-0,27
10_11	450	-15,56	-15,77	0	6,96	6,96
11_12	500	-14,58	-14,77	0	5,87	5,87



Per calcolare le reazioni dei vincoli è possibile effettuare equilibri di nodo al fine di ottenere gli sforzi normali in tutte le aste. Anche in questo caso si ricorre al procedimento sintetico esposto sopra:



$$R_i^{(1)} = -\sum T_{\text{sup}}^{(1)} + \sum T_{\text{inf}}^{(1)}$$

F_i	$\Sigma T_{\text{sup}}^{(2)}$	$\Sigma T_{\text{inf}}^{(2)}$	$R_i^{(2)}$
[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
0.00	0.00	-40,99	-40,99
0.00	-40,99	44,89	85,88
0.00	44,89	-12,61	-57,51

SOLUZIONE DELLO SCHEMA CON NODO 12 TRASLATO (schema S3)

Sulla struttura non sono presenti i carichi ma si deve considerare l'effetto di un cedimento vincolare δ del vincolo posto in corrispondenza del nodo 12. Per effetto di tale spostamento si desteranno, sullo schema a nodi bloccati, momenti di incastro perfetto nei pilastri interessati dallo spostamento come segue:

$$\mu_{ij} = U_{ij} \cdot \delta$$

Al fine di avere momenti di incastro perfetto di ordine di grandezza paragonabile a quelli derivanti dai carichi verticali sullo schema a nodi fissi, si pone:

$$\delta = 0.0005$$

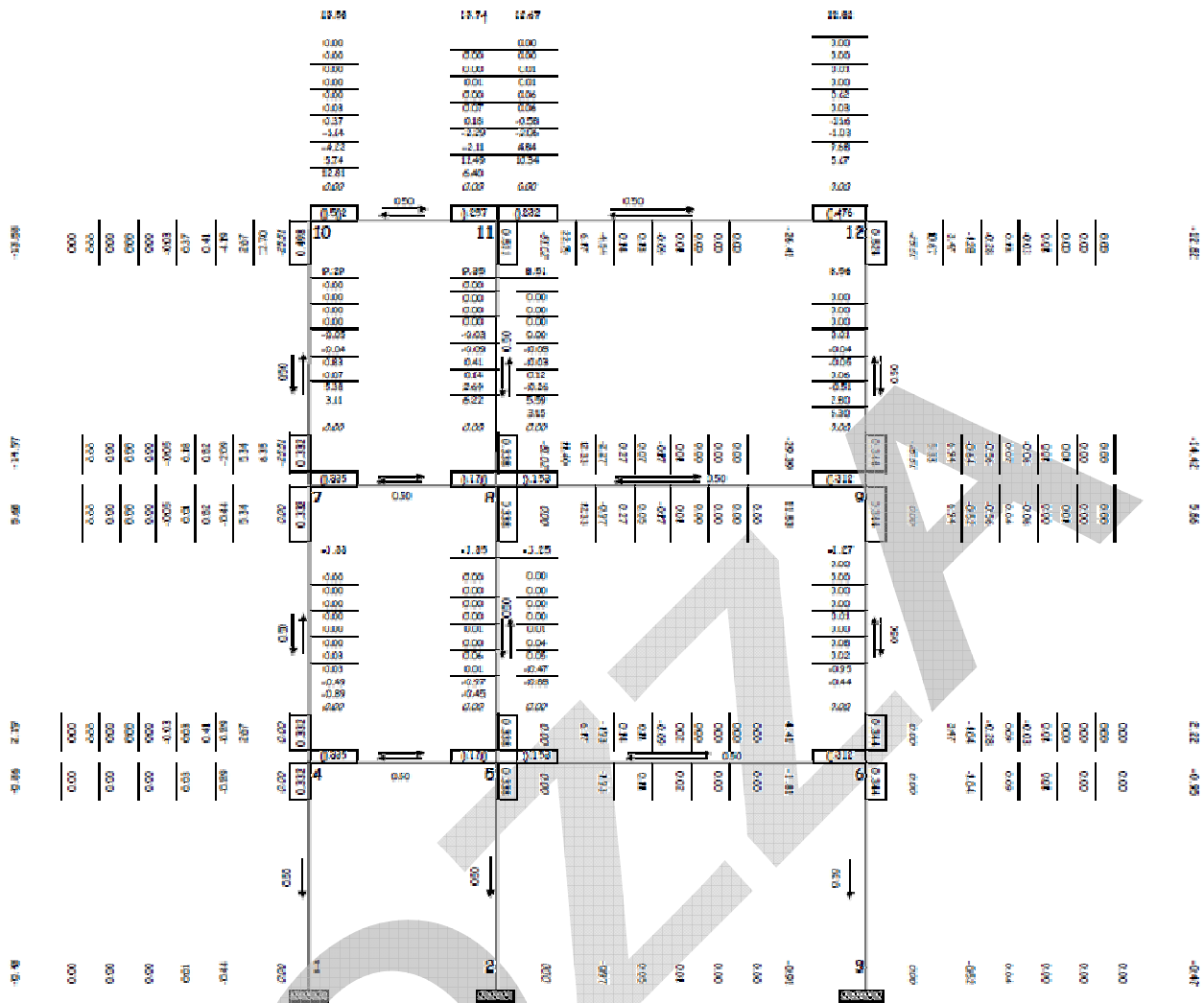
$$\begin{aligned} \mu_{7,10} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{10,7} &= -25.51 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{8,11} &= -51.02 \text{ kNm} \\ \mu_{11,8} &= -51.02 \text{ kNm} \end{aligned}$$

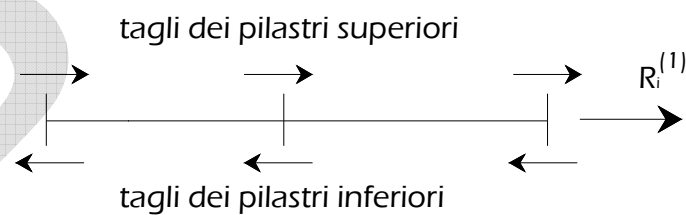
$$\begin{aligned} \mu_{9,12} &= -25.51 \text{ kNm} \\ \mu_{12,9} &= -25.51 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Risolvendo lo schema con il metodo di Hardy-Cross si ottengono i seguenti valori dei momenti sulle aste, dai quali si possono facilmente derivare gli sforzi di taglio agli estremi delle stesse (schema S3):

Asta	L_{ij} [cm]	$M_{ij}^{(3)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(3)}$ [kNm]	q_{ji} [kN/m]	$T_{ij}^{(3)}$ [kN]	$T_{ji}^{(3)}$ [kN]
1_4	350	-0,43	-0,86	0	0,37	0,37
4_7	350	2,19	5,68	0	-2,25	-2,25
7_1	350	-14,97	-13,58	0	8,16	8,16
2_5	350	-0,91	-1,81	0	0,78	0,78
5_8	350	4,41	11,53	0	-4,55	-4,55
8_11	350	-29,39	-26,41	0	15,94	15,94
3_6	350	-0,47	-0,95	0	0,41	0,41
6_9	350	2,22	5,86	0	-2,31	-2,31
9_12	350	-14,42	-12,82	0	7,78	7,78
4_5	450	-1,33	-1,35	0	0,59	0,59
5_6	500	-1,25	-1,27	0	0,5	0,5
7_8	450	9,29	9,35	0	-4,14	-4,14
8_9	500	8,51	8,56	0	-3,41	-3,41
10_11	450	13,58	13,74	0	-6,07	-6,07
11_12	500	12,67	12,82	0	-5,1	-5,1



Per calcolare le reazioni dei vincoli è possibile effettuare equilibri di nodo al fine di ottenere gli sforzi normali in tutte le aste. Anche in questo caso si ricorre al procedimento sintetico esposto sopra:



$$R_i^{(1)} = -\sum T_{\text{sup}}^{(1)} + \sum T_{\text{inf}}^{(1)}$$

F_i	$\sum T_{\text{sup}}^{(3)}$	$\sum T_{\text{inf}}^{(3)}$	$R_i^{(3)}$
[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
0.00	0.00	31.88	31.88
0.00	31.88	-9.11	-40.99
0.00	-9.11	1.55	10.66

DETERMINAZIONE DEI VALORI DEI COEFFICIENTI DI COMBINAZIONE α

I valori di α_i derivano dalla condizione che la reazione vincolare complessiva, ottenuta per sovrapposizione di quelle che si hanno nei vari schemi considerati sia nulla dal momento che il vincolo in oggetto non esiste sulla struttura reale.

Per i richiami teorici del Metodo dei vincoli ausiliari si rimanda al libro di testo (Faella, vol. 2) o alle dispense.

$$\begin{cases} R_3^{(0)} + \alpha_1 R_3^{(1)} + \alpha_2 R_3^{(2)} + \alpha_3 R_3^{(3)} = 0 \\ R_2^{(0)} + \alpha_1 R_2^{(1)} + \alpha_2 R_2^{(2)} + \alpha_3 R_2^{(3)} = 0 \\ R_1^{(0)} + \alpha_1 R_1^{(1)} + \alpha_2 R_1^{(2)} + \alpha_3 R_1^{(3)} = 0 \end{cases}$$

Risolvendo in termini matriciali:

$$\begin{bmatrix} R_3^{(1)} & R_3^{(2)} & R_3^{(3)} \\ R_2^{(1)} & R_2^{(2)} & R_2^{(3)} \\ R_1^{(1)} & R_1^{(2)} & R_1^{(3)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_3^{(0)} \\ R_2^{(0)} \\ R_1^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10,66 & -40,99 & 31,88 \\ -57,51 & 85,88 & -40,99 \\ 103,20 & -57,51 & 10,66 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101,71 \\ 98,59 \\ 49,34 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,61 \\ 16,95 \\ 22,44 \end{bmatrix}$$

I coefficienti così determinati possono essere utilizzati per determinare le caratteristiche della sollecitazione dello schema S per combinazione di quelle dei diversi schemi. Il generico momento M_{ij} può essere valutato secondo la seguente relazione:

$$M_{i,j}^{(0)} + \alpha_1 M_{ij}^{(1)} + \alpha_2 M_{ij}^{(2)} + \alpha_3 M_{ij}^{(3)} = 0$$

Nella tabella seguente vengono valutati i momenti per le varie aste:

Asta	$M_{ij}^{(0)}$ [kNm]	$M_{ij}^{(1)}$ [kNm]	$M_{ij}^{(2)}$ [kNm]	$M_{ij}^{(3)}$ [kNm]	M_{ij} [kNm]	$M_{ji}^{(0)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(1)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(2)}$ [kNm]	$M_{ji}^{(3)}$ [kNm]	M_{ji} [kNm]
1_4	8,94	-24,97	3,59	-0,43	-129,84	17,89	-24,44	7,18	-0,86	-65,67
4_7	24,91	22,78	-18,12	2,19	-59,86	22,98	18,45	-21,5	5,68	-73,83
7_1	24,07	-6,85	20,85	-14,97	-10,46	27,08	-2,31	15,56	-13,58	-31,45
2_5	2,46	-49,88	7,36	-0,91	-272,52	4,93	-48,74	14,71	-1,81	-157,01
5_8	6,61	45,47	-35,84	4,41	-156,13	5,84	36,51	-42,73	11,53	-182
8_11	6,49	-14,04	41,39	-29,39	-58,28	7,92	-4,61	30,35	-26,41	-105,36
3_6	-11,84	-24,91	3,77	-0,47	-148,01	-23,68	-24,3	7,54	-0,95	-102
6_9	-32,57	22,69	-17,71	2,22	-110,49	-29,62	18,05	-21,22	5,86	-120,6
9_12	-31,64	-7,19	20,53	-14,42	-61,83	-36,6	-2,3	14,77	-12,82	-91,3
4_5	-42,79	1,65	10,94	-1,33	125,53	73,57	1,69	11,03	-1,35	243,19
5_6	-85,13	1,58	10,09	-1,25	69,91	56,26	1,61	10,17	-1,27	212,5
7_8	-47,07	-11,6	0,66	9,29	84,3	70,84	-11,71	0,68	9,35	203,02
8_9	-83,16	-10,75	0,66	8,51	37,26	61,26	-10,86	0,69	8,56	182,41
10_11	-27,08	2,31	-15,56	13,58	31,45	62,13	2,37	-15,77	13,74	121,21
11_12	-70,08	2,24	-14,58	12,67	-15,89	36,61	2,3	-14,77	12,82	91,3

Il valore del taglio agli estremi delle aste può essere calcolato imponendo l'equilibrio a partire dai valori dei momenti e dei carichi applicati secondo quanto fatto per il metodo degli Spostamenti:

$$T_{ij} = \frac{p_d L_{ij}}{2} - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L_{ij}} \quad ; \quad T_{ji} = -\frac{p_d L_{ij}}{2} - \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L_{ij}}$$

Il valore degli sforzi normali può essere determinato per equilibrio dei nodi alla traslazione nelle due direzioni come illustrato nella lezione n.3.

BONZA