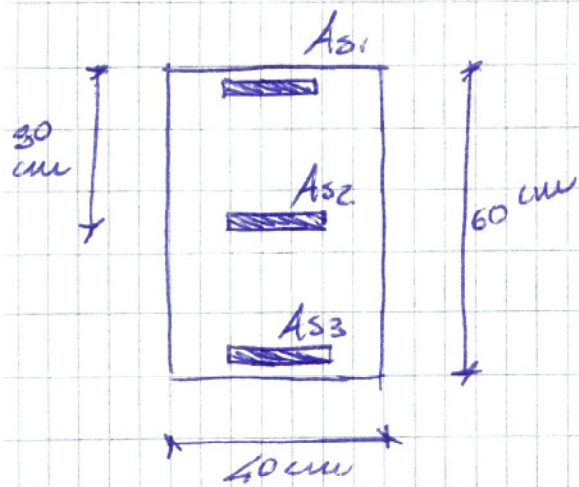


Esercizio 3 - Verifica a flessione rettangolare a 3 livelli di armatura



$$d' = 30 \text{ cm}$$

$$A_{s1} = 8,04 \text{ cm}^2 \text{ (4}\phi 16\text{)}$$

$$A_{s2} = 4,02 \text{ cm}^2 \text{ (2}\phi 16\text{)}$$

$$A_{s3} = 12,06 \text{ cm}^2 \text{ (6}\phi 16\text{)}$$

$$M_{sd} = 159,4 \text{ kNm}$$

$$C20/25 \Rightarrow f_{cd} = 11,75 \text{ MPa}$$

$$B480C \Rightarrow f_{sd} = 391,3 \text{ MPa} \quad E_{sd} = 0,0675$$

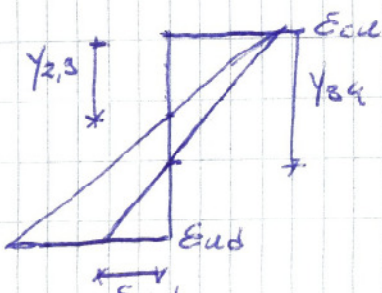
Si determina l'asse neutro attraverso l'equilibrio alla traslazione ipotizzando le armature tutte snervate e $y_c < 30 \text{ cm}$ in modo da avere A_{s2} e A_{s3} tese:

$$\psi_b y_c f_{cd} + A_{s1} f_{sd} - A_{s2} f_{sd} - A_{s3} f_{sd} = 0$$

$$y_c = \frac{(A_{s2} + A_{s3} - A_{s1}) f_{sd}}{\psi_b f_{cd}} = \frac{804 - 391,3}{0,8 \cdot 400 \cdot 11,75} = 83,7 \text{ mm} = 8,37 \text{ cm}$$

$$y_c < 30 \text{ cm OK!}$$

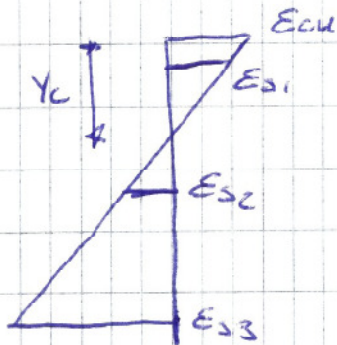
Occorre verificare se le 3 armature sono snervate:



$$y_{2,3} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{sd}} \cdot (h - d') = 2,81 \text{ cm}$$

$$y_{3,4} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{sd}} \cdot (h - d') = 37,64 \text{ cm}$$

essendo $\gamma_c > \gamma_{2,3}$ la rottura è governata lato cls



$$\epsilon_{s1} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} (\gamma_c - d') = 0,0022$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} \left(\gamma_c - \frac{h}{2} \right) = -0,0090$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} (\gamma_c - h + d') = -0,0203$$

tutte le ϵ_s sono $> \frac{f_{sd}}{E_s}$ ($\approx 0,0018$) $\rightarrow$ tutte le armature sono snervate

$$M_{rd} = \gamma b \gamma_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \lambda \gamma_c \right) + A_{s1} f_{sd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_{s3} f_{sd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) =$$

A_{s1} ha braccio nullo rispetto a G

$$= 296,24 \text{ kN/m} > M_{sd} \quad (\text{Verificato!})$$

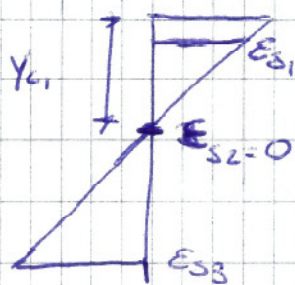
~~Verificato!~~

Risoluzione con procedimento iterativo

Ipotesi una posizione dell'asse neutro di partenza
(esempio $\frac{h}{2}$)

$$\epsilon_{yd} = 0,0018 = \frac{f_{sd}}{E_s}$$

$$y_{c,1} = \frac{h}{2} = 30 \text{ cm} \quad (y_c > y_{2,3} \rightarrow \text{rottura lato ccs})$$



$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{cu}}{y_c} (y_c - d') = 0,0031 \quad \text{snervata}$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{\epsilon_{cu}}{y_c} (y_c - h + d') = -0,0031 \quad \text{snervata}$$

$$\epsilon_{s2} = 0$$

$$N_{s1} = A_{s1} f_{sd} = 314,61 \text{ kN}$$

$$N_{s2} = 0$$

$$N_{s3} = -A_{s3} f_{sd} = -471,91 \text{ kN}$$

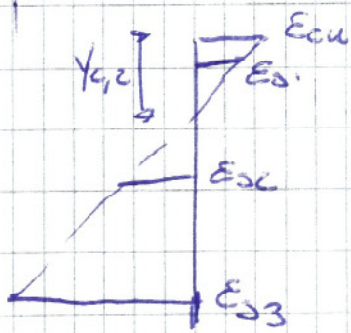
$$N_c = \varphi_b y_c f'_{cd} = 0,8 \cdot 400 \cdot 300 \cdot 11,75 = 1128,00 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N_c + \sum N_s = 970,70 \text{ kN}$$

$$\Delta y_{c,1} = \frac{-\Delta N}{\varphi_b f'_{cd}} = \frac{-970700}{0,8 \cdot 400 \cdot 11,75} = -258,2 \text{ mm} = -25,82 \text{ cm}$$

$$y_{c,2} = y_{c,1} + \Delta y_{c,1} = 30 - 25,82 = 4,18 \text{ cm}$$

$$y_{c,2} < y_{2,3} \rightarrow \text{rottura lato cls.}$$



$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{cu}}{y_c} (y_c - d') = 0,0010 \quad \text{non snervata}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{cu}}{y_c} \left(y_c - \frac{h}{2} \right) = -0,0216 \quad \text{snervata}$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{\epsilon_{cu}}{y_c} (y_c - h + d') = -0,0442 \quad \text{snervata}$$

$$N_{s1} = A_{s1} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s1} = 804 \cdot 210.000 \cdot 0,0010 = 168,84 \text{ kN}$$

$$N_{s2} = -A_{s2} \cdot f_{sd} = -157,30 \text{ kN}$$

$$N_{s3} = -A_{s3} \cdot f_{sd} = -971,91 \text{ kN}$$

$$N_c = \varphi_b y_c f'_{cd} = 0,8 \cdot 400 \cdot 41,8 \cdot 11,75 = 157,17 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N_c + \sum N_{si} = -303,2$$

$$\Delta y_{c,2} = -\frac{\Delta N}{\varphi_b f'_{cd}} = 80,6 \text{ mm} = 8,06 \text{ cm}$$

come 3^a iterazione si può scegliere

$$y_{c,3} = y_{c,2} + \Delta y_{c,2} = 41,8 + 8,06 = 49,86 \text{ cm}$$

e continuare come in precedenza

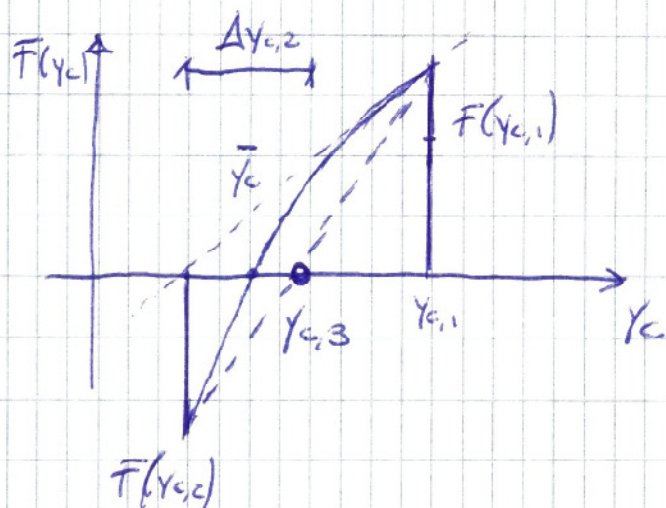
Oppure utilizzare un metodo di convergenza più veloce, detto metodo della secante:

si può definire la funzione $F(y_c) = \Delta N$

$$F(y_c) = N_c + \sum_i N_{si}$$

Conosciamo

$F(y_{c,1})$ e $F(y_{c,2})$ uno positivo l'altro negativo



La funzione si annulla in corrispondenza dell' $\bar{y}_c$ esatto

il ragionamento è uguale in $\pm F$ ma anziché porre

~~$F(y) = N_c + \sum N_{si}$~~ si deve porre

$$(F(y_c) = N_c + \sum N_{si} - N_{sd})$$

si può scegliere $y_{c,3}$ come

~~$y_{c,3} = y_{c,2} + \Delta y_{c,2}$~~

$$y_{c,3} = y_{c,2} + \Delta y_{c,2}$$

dove questa volta

$$\Delta y_{c,2} = - \frac{F(y_{c,2})}{F(y_{c,1}) - F(y_{c,2})} (y_{c,1} - y_{c,2})$$

e si continua a iterare finché $\Delta y_{c,2} < \frac{h}{1000}$