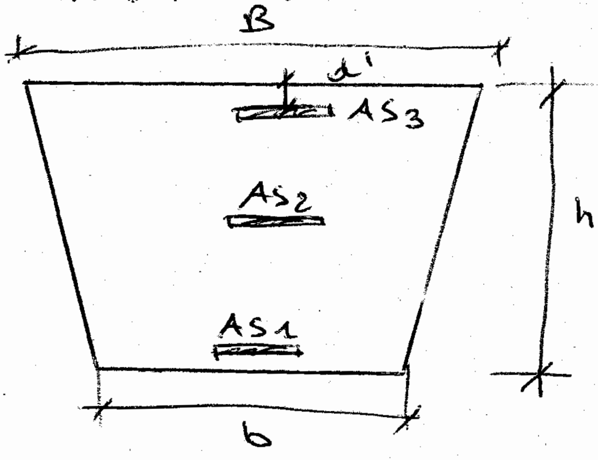
CALCOLO DEL MOMENTO DI PRIMA FESSURAZIONE

CON RIFERIMENTO ALLA SEZIONE RETTA IN FIGURA SI DETERMINI, CON RIFERIMENTO AGLI S.L.E., IL MOMENTO DI PRIMA FESSURAZIONE M_{fess}.



$B = 40\,cm$; $b = 25\,cm$

$h = 45\,cm$; $d' = 3\,cm$

$As_1 = As_3 = 10{,}05\,cm^2$

$As_2 = 4{,}02\,cm^2$

$N = 200\,kN$

CLS : $R_{ck} = 25\,MPa$

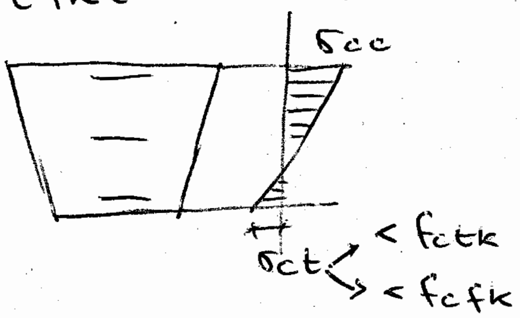
ACCIAIO: B450C

CHIARIMENTI SULL'ESERCIZIO.

CALCOLARE IL M_{fess} PER UNA SEZIONE PRESSOINFLESSA VUOL DIRE TROVARE LA MAX ECCENTRICITÀ CHE LO SFORZO NORMALE N PUÒ AVERE SENZA CHE SI VERIFICHI LA FESSURAZIONE DEL CLS AL LEMBO TESO, POICHÈ VALE:

$$M_{fess} = N_{sd}\, e_{fess}$$

LA CONDIZIONE DI NON FESSURAZIONE SI VERIFICA CONTROLLANDO CHE LA MAX TRAZIONE NEL CLS SIA INFERIORE A f_{ctk} (LIMITE MASSIMO DI TRAZIONE) OPPURE, SOTTO OPPORTUNE IPOTESI, A f_{cfk} (LIMITE MAX A FLESSIONE).



È MOLTO IMPORTANTE DISTINGUERE LE DUE GRANDEZZE:

$y_c \equiv$ ASSE BARICENTRICO DELLA SEZIONE REAGENTE

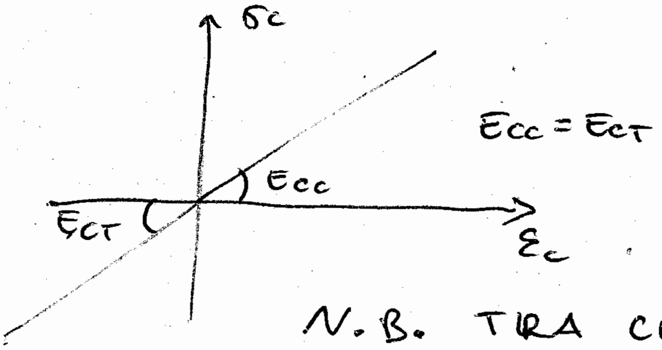
$y_n \equiv$ ASSE NEUTRO DELLA SEZIONE

N.B. SOLO IN CASO DI FLESSIONE SEMPLICE: $y_c = y_n$

L'ESERCIZIO SI PUÒ SVOLGERE SECONDO DUE DIVERSI MODI.

SVOLGIMENTO TIPO 1

SI IPOTIZZA CHE E_c SIA UGUALE IN TRAZIONE E IN COMPRESSIONE



IL COEFFICIENTE DI OMOGENEIZZAZIONE TRA CLS TESO E COMPRESSO È, OVVIAMENTE

$$n' = \frac{E_{cT}}{E_{cc}} = 1$$

N.B. TRA CLS E ACCIAIO $n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2100000}{284605} = 7,38$

SOTTO TALE IPOTESI IL CONTROLLO DELLA TRAZIONE NEL CLS VA CONDOTTA RISPETTO f_{cfk}.

CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE DEI MATERIALI:

$$f_{ck} = 0,83 R_{ck} = 20,75 \, MPa$$

$$f_{ctk} = 0,7 f_{ctm} = 0,7 \cdot 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 1,59 \, MPa$$

$$f_{cfk} = 1,2 f_{ctk} = 1,90 \, MPa$$

LA VERIFICA (ELASTICA!) È GOVERNATA DALLA:

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A} - \frac{M}{I_{i,y_c}}(h - y_c) \le f_{cfk}$$

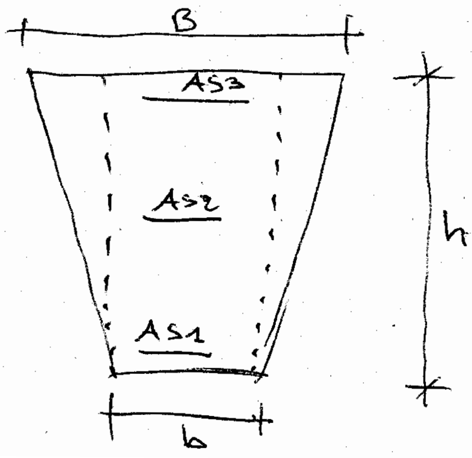
PONENDO L'UGUAGLIANZA SI PUÒ TROVARE M_{fess}:

$$\frac{N}{A} - \frac{M_{fess}}{I_{i,y_c}}(h - y_c) = f_{cfk}$$

y_c È LA DISTANZA TRA LEMBO COMPRESSO E BARICENTRO DELLA SEZIONE REAGENTE (NON L'ASSE NEUTRO)

QUINDI IL PROBLEMA È MOLTO SEMPLIFICATO.

CALCOLO DELLA POSIZIONE DI y_c

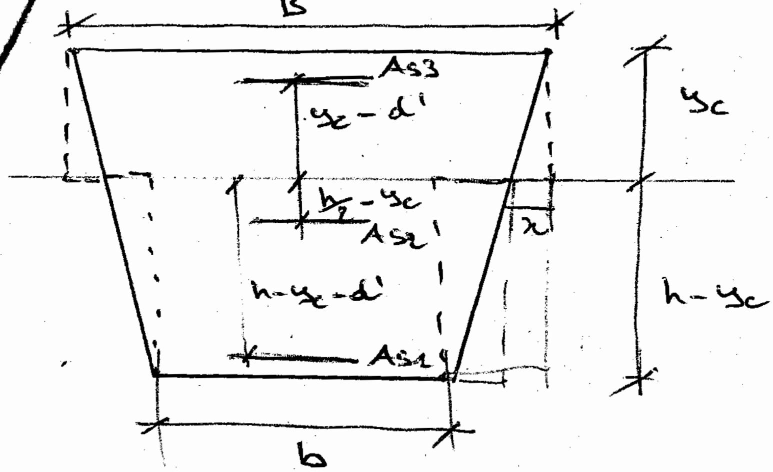


$$S_{b,s} = \frac{bh^2}{2} + \frac{B-b}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{3} \cdot 2 + n\left(A_{s3}d' + A_{s2}\frac{h}{2} + A_{s1}d\right)$$

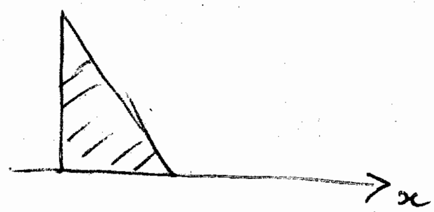
$$A_{id} = A_c + (n\cancel{-1})(A_{s1} + A_{s2} + A_{s3})$$

$$y_c = \frac{S_{b,s}}{A_{id}}$$

CALCOLO DI I_{id,y_c}



N. B.



$$I_x = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2}\left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{bh^3}{12}$$

$$\left[I_{id,y_c} = \frac{B y_c^3}{3} + \frac{b(h-y_c)^3}{3} + 2\left[\frac{B-b}{2}\,\frac{(h-y_c)^3}{12}\cdot\frac{h-y_c}{h}\right] + \right.$$
$$- 2\left[\left(\frac{B-b}{2}\,\frac{y_c}{h}\right)\frac{y_c^3}{12}\right] + n\left[As1\,(h-y_c-d')^2 + \right.$$
$$\left. \left. + As2\left(\frac{h}{2}-y_c\right)^2 + As3\,(y_c-d')^2\right] \right]$$

SOSTITUENDO CON I VALORI NUMERICI:

$$S_{b.s} = \frac{25\cdot 45^2}{2} + \frac{40-25}{2}\cdot\frac{45}{2}\cdot\frac{45}{3}\cdot 2 + 7{,}38\,(10{,}05\cdot 3 + 4{,}02\cdot$$
$$+ 10{,}05\cdot 42) = 3438\,cm^3$$

$$A_{id} = \frac{B+b}{2}\cdot h + n\,(As1 + As2 + As3) =$$
$$= \frac{40+25}{2}\cdot 45 + 7{,}38\,(10{,}05 + 4{,}02 + 10{,}05) = 1640{,}5\,cm$$

$$\boxed{y_c = \frac{3438}{1640{,}5} = 20{,}96\,cm}$$

$$I_{id,y_c} = \frac{40\cdot 20{,}96^3}{3} + \frac{25\,(45-20{,}96)^3}{3} + 2\left[\frac{40-25}{2}\,\frac{(45-20{,}96)}{12}\right.$$
$$\left.\cdot\frac{45-20{,}96}{45}\right] - 2\left[\left(\frac{40-25}{2}\cdot\frac{20{,}96}{45}\right)\frac{20{,}96^3}{12}\right] + 7{,}38\left[10{,}05\,(45-20{,}\right.$$
$$\left. -3)^2 + 4{,}02\left(\frac{45}{2} - 20{,}96\right)^2 + 10{,}05\,(20{,}96-3)^2\right] =$$

$$\boxed{I_{id,y_c} = 297367\ cm^4 \quad 297367}$$

CALCOLO DI M_{fess}

$$M_{fess} = \left(\frac{N}{A} - f_{cfk}\right)\frac{I_{id,y_c}}{(h-y_c)} = \left[\begin{array}{l}\text{ESPRIMO TUTTE LE}\\ \text{GRANDEZZE IN [N mm]}\end{array}\right] =$$

$$= \left(\frac{200000}{164050} + 1{,}90\right)\frac{2973670000}{450-209{,}6} = 3{,}85820\cdot10^{7}\ Nmm =$$

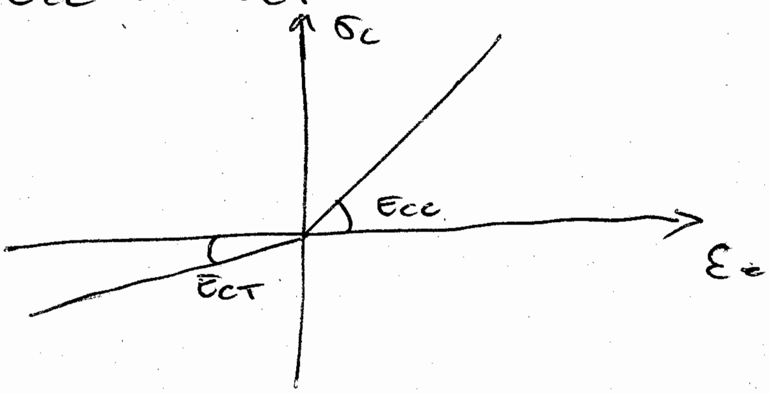
$M_{fess} = 38{,}58\ kNm$ VALUTATO RISPETTO ALL'ASSE BARICENTRICO DELLA SEZIONE REAGENTE, PER CUI L'ECCENTRICITÀ

SARÀ VALUTATA DA TALE PUNTO

$$\boxed{e_{fess,y_c} = \frac{38{,}58}{200} = 0{,}1929\ m = 19{,}29\ cm}$$

SVOLGIMENTO TIPO 2

L'IPOTESI È, IN TAL CASO, LA <u>NON</u> UGUAGLIANZA TRA E_{cc} ED E_{cT} IN PARTICOLARE SI ASSUME:



$$n' = \frac{E_{cT}}{E_{cc}} = 0{,}5$$

IL CONTROLLO DELLA TENSIONE DI TRAZIONE VA CONDOTTO RISPETTO A f_{ctk}

LA VERIFICA (SEMPRE ELASTICA!) SI IMPOSTA COME:

$$\sigma_{cT} = \frac{N}{A_{id}} - \frac{M}{I_{id,y_c}}(h - y_c) \leq f_{ctk}$$

IN QUESTO CASO y_c È INCOGNITA, IN QUANTO $n' = 0{,}5$ COMPORTA LA DIPENDENZA DI y_c DA y_n (ASSE NEUTRO) QUINDI L'APPLICAZIONE DELLA FORMULA DI NAVIER SI RIVELA NOTEVOLMENTE PIÙ COMPLESSA.

LA POSIZIONE DI y_n IN PRIMA FESSURAZIONE SI PUÒ TROVARE APPLICANDO LA RELAZIONE:

$$\sigma_{CT} = n' \frac{N}{S_{n y_n}} (h - y_n) = f_{ctk}$$

$$S_{n,y_n} = \frac{B y_n^2}{2} - (B-b)\frac{y_n^2}{6} - n'\left[\frac{b(h-y_n)^2}{2} + \frac{(B-b)(h-y_n)}{6 y_n}\right.$$
$$\left. + n\left[A_{s3}(y_n - d') + A_{s2}\left(y_n - \frac{h}{2}\right) + A_{s3}(y_n - d)\right]\right]$$

RICAVATO y_n SI VALUTA M_{fess} RISPETTO AD ESSO:

$$M_{fess, y_n} = \frac{f_{cTk} \, I_{n y_n}}{n'(h - y_n)}$$

L'ULTERIORE DIFFICOLTÀ È CHE, ORA, VALUTATO M_{fess} RISPETTO AD y_n VA DETERMINATA LA MAX ECCENTRICITÀ RISPETTO AL BARICENTRO DELLA SEZIONE REAGENTE, E POI, M_{fess} RISPETTO A QUESTO. ($M_{fess} = 41.62$ kNm)

CONCLUSIONI:

LO SVOLGIMENTO 1 PERMETTE DI VALUTARE, SOTTO IPOTESI SEMPLIFICATIVE, M_{fess} RISPETTO ALL'ASSE BARICENTRICO DELLA SEZIONE REAGENTE. LO SVOLGIMENTO 2 HA UN APPROCCIO PIÙ VICINO ALLA REALTÀ FISICA, A FRONTE, PERÒ, DI NOTEVOLI COMPLICAZIONI ANALITICHE.

N.B. IL PRIMO METODO, PER COME È IMPOSTATO, FORNISCE SEMPRE VALORI DI M_{fess} A VANTAGGIO DI SICUREZZA.