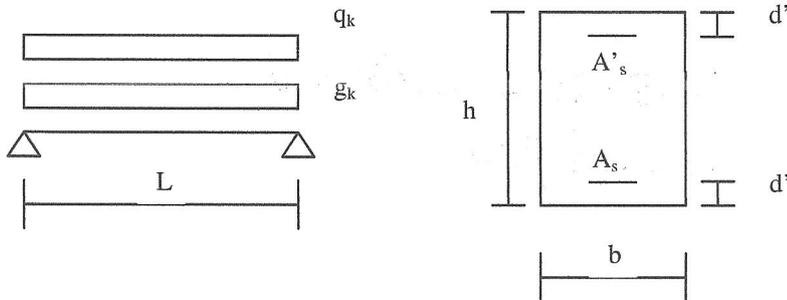


Progetto h e A_s 1
 in flessione semplice
 + verifiche e prog. a taglio

Esercizio n. 1

I dati di partenza dell'esercizio sono i seguenti:



$$L = 500 + N/10 \quad [\text{cm}]$$

$$b = 30 + C \quad [\text{cm}]$$

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$g_k = 14 + C - N \quad [\text{kN/m}]$$

$$q_k = 20 - N/2 \quad [\text{kN/m}]$$

Acciaio = B450C

Scegliendo, ad esempio, $N=6$ e $C=7$ si ottengono i seguenti valori:

$$L = 500 \text{ cm}$$

$$b = 37 \text{ cm}$$

$$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$g_k = 15 \text{ kN/m}$$

$$q_k = 17 \text{ kN/m}$$

Acciaio = B450C

Le tensioni ammissibili dei materiali sono le seguenti:

Calcestruzzo $R_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $\bar{\sigma}_c = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} = 8.5 \text{ N/mm}^2$

Acciaio B450C $\bar{\sigma}_s = 260 \text{ N/mm}^2$

Il carico totale agente sulla trave è:

$$q_{tot} = g_k + q_k = 32 \text{ kN/m}$$

Per lo schema di trave appoggiata-appoggiata, il momento massimo è quello agente nella sezione di mezzeria e vale:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = 100,24 \text{ kNm}$$

Per il **progetto tabellare** si fissa:

$$d'/d = 0,05$$

$$\rho = A'_s / A_s = 0,25$$

Considerando tali valori e facendo riferimento alle tensioni ammissibili dei materiali suddette, si entra in tabella e si legge in corrispondenza di tali valori:

$$r' = 0,267$$

L'altezza utile della sezione si ricava mediante la relazione seguente:

$$d = r' \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,267 \sqrt{\frac{100,24 \cdot 10^4}{37}} = 43,95 \text{ cm}$$

Ponendo $d = 45 \text{ cm}$ si ottiene $d' = 0,05 \cdot d = 2,25$ e scegliendo $d' = 3 \text{ cm}$ l'altezza h della sezione sarà:

$$h = d + d' = 48 \text{ cm}$$

(trattandosi di un esercizio teorico, non si provvede ad un ulteriore arrotondamento)

La tensione di lavoro del calcestruzzo sarà inferiore a tensione di progetto, in quanto è stata scelta un'altezza della sezione superiore a quella di progetto; si ha infatti:

$$r' = \frac{d}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{45}{\sqrt{\frac{100,24 \cdot 10^4}{37}}} = 0,273$$

A cui corrisponde una tensione di lavoro $\sigma_c = 8,25 \text{ N/mm}^2$ ed un valore di $\zeta' = 0,898$ (cfr. tabella - Volume 1A).

Per l'armatura si ha:

$$A_s = \frac{1}{\sigma_s r' \zeta'} \sqrt{Mb} = \frac{1}{2600 \cdot 0,273 \cdot 0,898} \sqrt{100,24 \cdot 10^4 \cdot 37} = 9,55 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 0,25 \cdot A_s = 2,39 \text{ cm}^2$$

Si considerano, quindi, $4\Phi 18 = 10,18 \text{ cm}^2$ per l'armatura in zona tesa e $2\Phi 14 = 3,09 \text{ cm}^2$

I minimi normativi prescrivono:

$$A_s \geq 0,15\% bh \quad (1)$$

nel caso

$$10,18 \text{ cm}^2 > 0,15\% (37) \cdot (48) = 2,66 \text{ cm}^2$$

che rispetta la prescrizione (1).

Si passa, quindi, alla **verifica analitica a flessione** della sezione.

Tale verifica richiede preventivamente il calcolo dell'asse neutro mediante la relazione:

$$S_n = 0$$

da cui, omettendo i passaggi, deriva:

$$y_c = -\frac{n}{b} (A'_s + A_s) + \sqrt{\frac{n^2}{b^2} (A'_s + A_s)^2 + \frac{2n}{b} (A'_s d' + A_s d)}$$

Nel caso in esame si ha:

$$y_c = -\frac{15}{37} (3,09 + 10,18) + \sqrt{\frac{15^2}{37^2} (3,09 + 10,18)^2 + \frac{2 \cdot 15}{37} (3,09 \cdot 3 + 10,18 \cdot 45)} = 14,82 \text{ cm}$$

Determinato il valore di y_c si calcola I_n mediante la seguente espressione:

$$I_n = \frac{by_c^3}{3} + nA'_s (y_c - d')^2 + nA_s (d - y_c)^2$$

e dunque:

$$I_n = \frac{37 \cdot 14,82^3}{3} + 15 \cdot 3,09 \cdot (14,82 - 3)^2 + 15 \cdot 10,18 \cdot (45 - 14,82)^2 = 185704 \text{ cm}^4$$

Le tensioni nel calcestruzzo e nelle armature sono:

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} y_c = \frac{100,24 \cdot 10^6}{185704 \cdot 10^4} \cdot 148,2 = 7,99 \text{ N/mm}^2 < \overline{\sigma}_c$$

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_n} (d - y_c) = 15 \frac{100,24 \cdot 10^6}{185704 \cdot 10^4} \cdot (450 - 148,2) = 244 \text{ N/mm}^2 < \overline{\sigma}_s$$

$$\sigma'_s = n \frac{M}{I_n} (y_c - d') = 15 \frac{100,24 \cdot 10^6}{185704 \cdot 10^4} \cdot (148,2 - 30) = 95,7 \text{ N/mm}^2 < \overline{\sigma}_s$$

Tali tensioni sono inferiori alle rispettive tensioni ammissibili, pertanto la verifica a flessione è soddisfatta.

Infine l'esercizio richiede il progetto delle armature a taglio (staffe).

Si parte dal calcolo del taglio massimo che, per lo schema assegnato, vale:

$$T_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{32 \cdot 5,00}{2} = 80,0 \text{ kN}$$

Ottenuto il valore del taglio massimo, si passa al calcolo della tensione tangenziale massima τ_{\max} utilizzando la formula approssimata:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{0,9bd} = \frac{80,0 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 370 \cdot 450} = 0,52 \text{ N/mm}^2$$

Quando il valore di τ_{\max} è compreso fra τ_{c0} e τ_{c1} , ovvero: $\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$ è necessario progettare un'ideale armatura a taglio.

Nel caso:

$$\tau_{c0} = 0,4 + \frac{R_{ck} - 15}{75} = 0,53 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{c1} = 1,4 + \frac{R_{ck} - 15}{35} = 1,69 \text{ N/mm}^2$$

Poiché $\tau_{\max} < \tau_{c0}$ è sufficiente disporre i minimi regolamentari di armatura a taglio.

Per le staffe la normativa fissa:

$n_{st} > 3$ per metro ;

$$A_{st} \geq 0,10b(1 + 0,15d/b) \text{ cm}^2 / m \Rightarrow A_{st,\min} \geq 0,10 \cdot 37(1 + 0,15 \cdot 45/37) \text{ cm}^2 / m = 4,38 \text{ cm}^2 / m$$

$$p_{st} \leq 0,8d \Rightarrow p_{st,\min} = 0,8 \cdot 45 = 36 \text{ cm}$$

$$p_{st} \leq 12\Phi_l \Rightarrow p_{st,\min} = 12 \cdot \Phi_{14} = 16,8 \text{ cm}$$

In definitiva, la disposizione di staffe $\phi 8$ al passo di 15 cm (1st $\phi 8/15'$) assicura il rispetto di tutte le indicazioni normative indicate sopra.

$\sigma_s = 260 \text{ N/mm}^2$ $d'/d = 0.05$ $n = 15$											
σ_c N/mm ²	s	$\rho = 0$		$\rho = 0.25$		$\rho = 0.50$		$\rho = 0.75$		$\rho = 1.00$	
		r	ξ	r'	ξ'	r'	ξ'	r'	ξ'	r'	ξ'
1.0	0.055	1.933	0.982	1.931	0.982	1.930	0.982	1.929	0.982	1.928	0.982
1.5	0.080	1.311	0.973	1.306	0.973	1.301	0.973	1.296	0.973	1.291	0.973
2.0	0.103	1.001	0.966	0.993	0.965	0.986	0.965	0.978	0.965	0.971	0.965
2.5	0.126	0.814	0.958	0.805	0.958	0.796	0.958	0.787	0.957	0.778	0.957
3.0	0.148	0.689	0.951	0.679	0.951	0.669	0.951	0.659	0.951	0.649	0.951
3.5	0.168	0.600	0.944	0.589	0.944	0.578	0.944	0.567	0.945	0.556	0.945
4.0	0.188	0.533	0.938	0.522	0.938	0.510	0.939	0.498	0.939	0.486	0.940
4.5	0.206	0.481	0.931	0.469	0.932	0.456	0.933	0.444	0.934	0.430	0.935
5.0	0.224	0.439	0.925	0.427	0.927	0.413	0.928	0.400	0.930	0.386	0.931
5.25	0.232	0.421	0.923	0.408	0.924	0.395	0.926	0.381	0.927	0.367	0.929
5.5	0.241	0.405	0.920	0.392	0.922	0.378	0.924	0.364	0.925	0.349	0.927
5.75	0.249	0.390	0.917	0.377	0.919	0.363	0.921	0.348	0.924	0.333	0.926
6.0	0.257	0.377	0.914	0.363	0.917	0.348	0.919	0.333	0.922	0.318	0.924
6.25	0.265	0.364	0.912	0.350	0.914	0.335	0.917	0.320	0.920	0.304	0.923
6.5	0.273	0.352	0.909	0.338	0.912	0.323	0.915	0.308	0.918	0.291	0.922
6.75	0.280	0.341	0.907	0.327	0.910	0.312	0.914	0.296	0.917	0.279	0.920
7.0	0.288	0.331	0.904	0.317	0.908	0.301	0.912	0.285	0.916	0.268	0.919
7.25	0.295	0.322	0.902	0.307	0.906	0.291	0.910	0.275	0.914	0.258	0.918
7.5	0.302	0.313	0.899	0.298	0.904	0.282	0.908	0.266	0.913	0.248	0.918
7.75	0.309	0.305	0.897	0.290	0.902	0.274	0.907	0.257	0.912	0.239	0.917
8.0	0.316	0.297	0.895	0.282	0.900	0.265	0.905	0.248	0.911	0.230	0.916
8.25	0.322	0.290	0.893	0.274	0.898	0.258	0.904	0.240	0.910	0.222	0.916
8.5	0.329	0.283	0.890	0.267	0.897	0.250	0.903	0.233	0.909	0.214	0.915
8.75	0.335	0.277	0.888	0.261	0.895	0.244	0.901	0.226	0.908	0.206	0.915
9.0	0.342	0.271	0.886	0.254	0.893	0.237	0.900	0.219	0.907	0.199	0.914
9.25	0.348	0.265	0.884	0.248	0.892	0.231	0.899	0.212	0.907	0.192	0.914
9.5	0.354	0.260	0.882	0.243	0.890	0.225	0.898	0.206	0.906	0.186	0.914
9.75	0.360	0.254	0.880	0.237	0.888	0.219	0.897	0.200	0.905	0.179	0.914
10.00	0.366	0.250	0.878	0.232	0.887	0.214	0.896	0.195	0.905	0.173	0.914
10.25	0.372	0.245	0.876	0.227	0.886	0.209	0.895	0.189	0.904	0.167	0.914
10.50	0.377	0.240	0.874	0.223	0.884	0.204	0.894	0.184	0.904	0.162	0.914
10.75	0.383	0.236	0.872	0.218	0.883	0.199	0.893	0.179	0.904	0.157	0.914
11.00	0.388	0.232	0.871	0.214	0.882	0.195	0.893	0.174	0.904	0.151	0.914
11.25	0.394	0.228	0.869	0.210	0.880	0.191	0.892	0.170	0.903	0.146	0.915
11.50	0.399	0.224	0.867	0.206	0.879	0.186	0.891	0.165	0.903	0.141	0.915
11.75	0.404	0.221	0.865	0.202	0.878	0.182	0.890	0.161	0.903	0.137	0.916
12.00	0.409	0.217	0.864	0.199	0.877	0.179	0.890	0.157	0.903	0.132	0.916

$\sigma_s = 2$		
σ_c N/mm ²	s	$\rho =$
		r
1.0	0.055	1.933
1.5	0.080	1.311
2.0	0.103	1.001
2.5	0.126	0.814
3.0	0.148	0.689
3.5	0.168	0.600
4.0	0.188	0.533
4.5	0.206	0.481
5.0	0.224	0.439
5.25	0.232	0.421
5.5	0.241	0.405
5.75	0.249	0.390
6.0	0.257	0.377
6.25	0.265	0.364
6.5	0.273	0.352
6.75	0.280	0.341
7.0	0.288	0.331
7.25	0.295	0.322
7.5	0.302	0.313
7.75	0.309	0.305
8.0	0.316	0.297
8.25	0.322	0.290
8.5	0.329	0.283
8.75	0.335	0.277
9.0	0.342	0.271
9.25	0.348	0.265
9.5	0.354	0.260
9.75	0.360	0.254
10.0	0.366	0.250
10.25	0.372	0.245
10.50	0.377	0.240
10.75	0.383	0.236
11.00	0.388	0.232
11.25	0.394	0.228
11.50	0.399	0.224
11.75	0.404	0.221
12.00	0.409	0.217